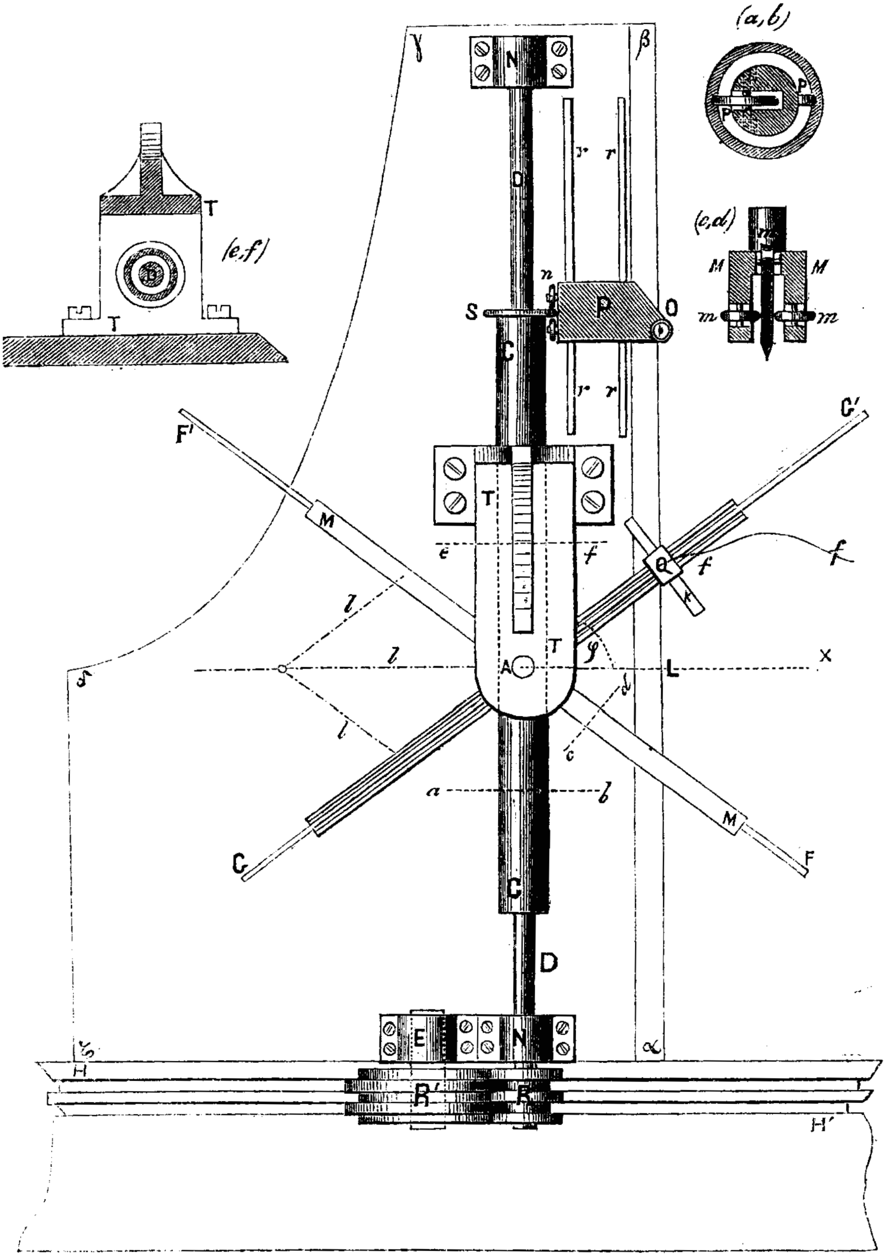
ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un intégrateur.*
Note de M. **Br. Abdank-Abakanowicz.**

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la description de l'intégrateur dont la théorie a été exposée par moi dans une Note antérieure. Sur une planchette à deux arêtes $\alpha\beta$ et $\alpha\zeta$ rectangulaires, qui peut se mouvoir le long d'une règle HH′, fixée sur le plan de la construction, est assujetti tout



l'instrument. $\alpha\beta$ est la direction des ordonnées, $\alpha\zeta$ celle des abscisses. Une roue cannelée R′ est montée sur un axe fixé dans le coussinet E. Si l'on fait glisser la planchette le long de la règle HH′, la roue R′ tourne par friction et fait tourner la roue R, dont l'axe DD est fixé dans les coussinets N, N. Un tube CC, à surface strictement cylindrique, enveloppe l'axe DD, et possède un mouvement libre dans la direction de cet axe. Pour faciliter ce mouvement, dans plusieurs endroits de l'axe DD sont assujettis des galets *pp* (coupe selon *a*, *b*), qui entrent dans une rainure à l'intérieur du tube.

» Cet agencement fait que, lorsque nous imprimons à la planchette le mouvement de translation le long de la règle HH′, toutes les pièces décrites se meuvent : la roue R′ entraîne en tournant la roue R et son axe DD, lequel fait tourner à son tour le tube CC, qui tout en tournant peut glisser librement sur les galets, dans la direction de son axe.

» Le tube CC est placé entre deux règles FF′ et GG′, dont l'une FF′ exerce une pression d'en haut et l'autre GG′ d'en bas. Ces règles sont placées dans des fourreaux MM (coupe selon *c*, *d*), dont l'axe vertical de rotation passe par A. L'axe du fourreau de la règle supérieure est dans le support T, et celui de la règle inférieure dans la planchette. Les règles mêmes, exerçant une pression sur le tube, marchent sur des galets (coupe selon *c*, *d*); cet agencement permet le mouvement dans la direction de la longueur des règles.

» Ce sont là les parties essentielles de l'intégrateur. Un parallélogramme *lll*, d'une construction simple, qui n'est qu'indiqué sur la figure, fait que, lorsqu'on tourne une des règles d'un angle φ, l'autre décrit un angle $-\varphi$.

» Si l'on imprime à l'instrument décrit un mouvement de translation de gauche à droite, le tube CC va tourner autour de son axe, tout en restant serré entre les règles FF′ et GG′, qui avanceront dans la direction de leur longueur. Simultanément le tube CC avancera dans la direction de son axe, avec une vitesse proportionnelle à $\tang\varphi$.

» Sur la règle inférieure GG′ et son fourreau se trouve un anneau libre K, portant au-dessous une pointe Q, que l'on mène sur le contour de la courbe différentielle (f, f), tout en pressant cette pointe, pendant le mouvement de translation de la planchette, contre l'arête $\alpha\beta$. Chaque point de l'axe du cylindre CC décrit alors évidemment la courbe intégrale correspondante. Pour pouvoir tracer cette courbe, sur le tube CC est fixé un anneau S, qui fait avancer par l'intermédiaire des galets un traîneau P, portant une pointe O qui trace la courbe intégrale.

» En pratique, étant donnée une courbe quelconque (f, f), on fixe la règle HH′ sur la surface du dessin, parallèlement à l'axe des X, et de manière que AL coïncide avec l'axe des abscisses; puis on imprime de la main gauche un mouvement de translation positive à la planchette de l'intégrateur, et de la main droite on suit avec la pointe Q le contour de la courbe différentielle donnée. La pointe O décrit la courbe intégrale.

» Les conditions auxquelles doit répondre l'intégrateur, pour bien fonctionner, sont, outre la forme géométrique stricte du cylindre et des règles, les suivantes :

1. La règle FF doit avoir une telle liberté de mouvement dans la direction de sa longueur, que la résistance de friction du cylindre et de la règle soit toujours plus grande que la résistance opposée par cette règle à son mouvement longitudinal. Cette condition peut toujours être remplie, parce que la règle marche sur des galets, et l'on peut toujours faire la résistance roulante de galets plus petite que la résistance de la friction glissante entre le cylindre et la règle. Une pression convenable amène une pareille prépondérance.

» 2. Le cylindre CC doit avoir une liberté de mouvement dans la direction de son axe telle, que la résistance de friction dans les points de contact A et B soit plus grande que la résistance opposée par le cylindre à son mouvement longitudinal. Or, comme le cylindre se meut sur des galets, on trouve les mêmes conditions qu'au n° 1.

» Les applications de l'intégrateur sont très nombreuses. Je n'indiquerai que les plus importantes.

» *a*. Étant donnée une équation différentielle explicite $\frac{d^n y}{dx^n} = f^n(x)$ représentée par une courbe, on fait l'intégration de cette équation en traçant $n - 1$ courbes intégrales consécutives.

» *b*. Pour résoudre une équation numérique de la forme

$$Ax^m + Bx^{m-1} + \ldots + IX + K = y,$$

on la différentie $m - 1$ fois et on trouve comme résultat l'équation d'une droite, puis on construit pour cette droite $m - 1$ courbes intégrales, appliquant les constantes qui ont disparu pendant la différentiation. On arrive enfin à une courbe qui représente l'équation numérique donnée.

» *c*. L'intégrateur peut servir comme un planimètre, et la courbe intégrale donne la possibilité de diviser une figure quelconque, au moyen de droites, en plusieurs parties dans une proportion $m : n . p$, etc.

» *d*. L'intégrateur sert à la construction de moments statiques, d'inertie et de l'ordre supérieur d'une figure quelconque. Il trace les courbes des efforts tranchants et les courbes funiculaires pour une poutre chargée, ainsi que la courbe élastique. La courbe de pression d'une voûte est la seconde courbe intégrale de la courbe représentant la charge de cette voûte.

» *e*. Le principe de l'intégrateur peut être appliqué aux instruments de Physique, tels que : dynamographes, indicateurs, météorographes, etc., en général, là où il faut faire l'addition consécutive des éléments $y\,dx$. »

OPTIQUE. — *Sur la double réfraction circulaire et la production normale des trois systèmes de franges des rayons circulaires*. Note de M. CROULLEBOIS.

« Dans une Communication précédente ([1]), j'ai montré comment il est possible d'obtenir simultanément trois systèmes *normaux* de franges des rayons elliptiques. On reconnaît leur constitution normale, en disposant un spectroscope à vision directe avec sa fente horizontale dans la région commune aux faisceaux interférents. On aperçoit comme trois gerbes de franges courbes, plus rapprochées dans le violet que dans le rouge, qui se croisent et s'enchevêtrent en arcs d'ogive.

» Il y avait intérêt à obtenir le même résultat pour les trois systèmes de franges des rayons circulaires, *ce qui n'a pas encore été réalisé*. En effet, l'expérience invoquée par Arago apporte à l'œil une illusion qui a égaré sans doute les observateurs. Dans la disposition usitée, chaque image de l'analyseur biréfringent donne bien *en apparence* trois systèmes de bandes, dont on explique la génération comme il suit. Chacun des rayons rectilignes, issus des deux points lumineux, valant deux rayons circulaires égaux et contraires, on aura, au centre du champ, deux systèmes de première espèce superposés et provenant de rayons de même rotation, également modifiés par le quartz. A droite et à gauche, deux rayons dissemblables acquièrent des retards égaux, géométrique pour l'un, physique pour l'autre, et forment la frange centrale d'un système latéral.

» Mais une telle explication ne peut tenir devant l'analyse spectroscopique. Si l'on applique à l'expérience actuelle la méthode précédente, on obtient un spectre traversé longitudinalement par un groupe *unique* de franges courbes et strié transversalement, *dans toute son étendue*, de larges bandes noires horizontales, identiques aux bandes de MM. Fizeau et Foucault.

([1]) *Comptes rendus*, séance du 7 février 1881.